



Examen Mates II (2º Evaluación) – Álgebra y Geometría

1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{aligned} x + (m - 3)y + mz &= 1 \\ (m - 3)y + (m^2 - m)z &= 1 \\ x + m^2z &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- Discutirlo según los valores del parámetro m (1 punto)
- Resuélvelo para $m = 1$ (0.75 puntos)
- Interpretalo geoméricamente para $m = 1$ (0.75 puntos)

2. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$. Encontrar una matriz simétrica P no singular tal que $B = P^{-1} \cdot A \cdot P$ (1.5 puntos)

3. Dadas las rectas $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{0}$ y $s: \begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$

- Estudia la posición relativa de dichas rectas (0.75 puntos)
- Calcula la ecuación general o implícita del plano que contiene a r y es paralela a s (0.5 puntos)
- Calcula la distancia entre r y s (0.75 puntos)

4. Calcula el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas y los puntos de intersección del plano $-2x+4y+3z-5=0$ con los 3 ejes de coordenadas (1 punto)

5. Producto mixto: Definición, expresión analítica y propiedades (1.5 puntos)

6. Determinar el punto simétrico de $A(-5,2,4)$ respecto de la recta $r: \begin{cases} x = -3 + \lambda \\ y = 7 \\ z = 5 - 2\lambda \end{cases}$ (1.5 puntos)